

## 四足机器人跳跃功能的研究现状

花聪聪<sup>1</sup> 杨子赫<sup>1</sup> 夏燕挺<sup>1</sup> 颜建荣<sup>2</sup> 高官健<sup>1</sup> 罗福良<sup>1</sup> 马文硕<sup>1</sup> 李志杰<sup>1</sup>

(1. 杭州申昊科技股份有限公司, 杭州 311100)

(2. 中国电子科技集团公司第五十二研究所, 杭州 310061)

**摘要:**【意义】四足机器人的跳跃功能是实现机器人在复杂环境中的高机动性和适应性的重要能力。【分析】综述了四足机器人跳跃功能的研究现状,包括结构设计、控制模型设计和控制算法设计3个方面的最新进展。在基于跳跃功能的结构设计方面,通过优化四足机器人的骨架结构、关节设计和材料选择,来提高跳跃能力和稳定性。在基于跳跃功能的控制模型设计方面,提出多种动力学模型来描述四足机器人的跳跃行为,这些模型可用于预测和优化跳跃性能,并为后续控制算法设计奠定基础。准确的控制模型可以保证稳定和精确地控制,从而提高机器人跳跃性能和适应性。在基于跳跃功能的控制算法设计方面,传统的控制方法,如PID控制、模糊控制和自适应控制等,被广泛应用于跳跃功能的控制;此外,先进的控制方法,如强化学习、神经网络和遗传算法等,也被探索应用。这些方法能够提高跳跃性能、稳定性和适应性,使机器人能够在动态和复杂环境中实现高效跳跃。

**关键词:** 四足机器人; 跳跃功能; 结构设计; 控制模型; 控制算法**中图分类号:** TP242.6 **DOI:** 10.16578/j.issn.1004.2539.2025.09.020

## 0 引言

四足机器人具有在不平坦和复杂环境中高机动性和适应性的潜力,近年来逐渐成为机器人领域的研究热点之一。为了实现这样的能力,研究人员不断探索新的功能和技术。其中,跳跃功能作为一种重要的运动能力备受关注。跳跃功能不仅能使机器人跨越障碍物通过不平坦地形,还可以应对紧急情况并快速移动到指定位置。四足机器人的跳跃功能已成为目前研究的热点之一。

在对四足机器人跳跃功能的研究中,结构设计、控制模型设计和控制算法设计是重要的研究方向。其中,跳跃功能的结构设计直接影响机器人的跳跃能力和稳定性。优化机器人的骨架结构、关节设计和材料选择,可以提高机器人的跳跃高度和鲁棒性。而跳跃功能的控制模型设计是实现跳跃动作的基础。建立准确的动力学模型和控制模型,可以研究和预测机器人的跳跃行为,为后续的控制算法设计奠定基础。控制算法的设计则是实现机器人跳跃功能的关键。不同的控制算法,如传统的PID控制、模糊控制和自适应控制,以及先进的强化学习、神经网络

和遗传算法,都可以用于机器人的跳跃控制,以提高跳跃性能和适应性。

本文综述了四足机器人跳跃功能的研究现状,重点关注跳跃功能的结构设计、控制模型设计和控制算法设计。调研和分析了先前的研究成果,总结了不同设计方法的优缺点和适用性,提出进一步优化四足机器人跳跃功能的新思路和新方法。通过对四足机器人跳跃功能的深入探讨和研究,以期构建具备高机动性和适应性的四足机器人提供重要的理论和实践指导。

## 1 基于跳跃功能的结构设计

### 1.1 腿部设计

四足机器人的腿部设计在其跳跃功能中扮演着至关重要的角色。根据跳跃过程中的力学原理和动力学特性,并通过对机器人驱动方式的选择、腿部关节设计以及腿部拓扑结构设计,可以最大限度地提高跳跃的推力和抗压能力,从而实现更高的跳跃高度和更远的跳跃距离。同时,合理设计关节结构和驱动系统,可以实现跳跃过程中的动作控制和稳定性维持,确保机器人在空中和着地时保持平衡和姿态稳定。

收稿日期: 2024-04-20 修回日期: 2024-07-01

作者简介: 花聪聪,男,1990年生,河南焦作人,硕士研究生;主要研究方向为智能机器人系统;hcongcong9010@163.com。

引用格式: 花聪聪,杨子赫,夏燕挺,等.四足机器人跳跃功能的研究现状[J].机械传动,2025,49(9):162-174.

HUA Congcong, YANG Zihé, XIA Yanting, et al. Research status on jumping function of quadruped robots[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2025,49(9):162-174.

1.1.1 腿部驱动方式

一般来说, 四足机器人的驱动方式主要分为3类: 液压驱动<sup>[1][10822-10825][2]76-77</sup>、气动驱动<sup>[3]9973-9979</sup>和电动机驱动<sup>[4]6309-6315][5]2245-2252][6]130-159][7]240-245</sup>。电动机驱动响应速度快, 控制精度高, 能够实现复杂的运动控制, 但能耗较高, 机器人的负载能力受限于电动机的转矩; 气动驱动结构简单, 成本较低, 能够实现柔顺的运动, 但力量和速度受限于气源的压力和流量, 控制精度较低; 液压驱动力量大, 能够驱动较重的负载, 适合于大型四足机器人, 但系统复杂, 维护成本高, 响应速度相对较慢。

1.1.2 腿部关节设计

四足机器人的腿部关节结构组成方式主要有串联结构和并联结构两大类。①串联结构: 腿部由多个关节顺序连接而成, 每个关节由一个独立的驱动器(通常是电动机)驱动。这种结构的优点是控制简单, 易于实现精确的位置和速度控制; 缺点是每个关节的负载较重, 影响运动效率。②并联结构: 腿部由多个驱动器共同驱动1个或多个关节。这种结构可以分散负载, 提高运动效率和负载能力。并联结构的优点是刚性好, 响应速度快, 负载能力强; 缺点是控制复杂, 结构设计和制造难度较高。

1.1.3 腿部拓扑结构

四足机器人的腿部拓扑结构可以分为全肘式、全膝式、前肘后膝式、前膝后肘式4种不同形式。其中, 全肘式结构使得机器人在跳跃时可以更好地利用肢体的伸展和收缩, 从而提供更大的推力; 但在起跳时, 需要机器人的肢体完成更多的伸展动作, 这可能会影响跳跃的速度和效率。全膝式结构可以提供更好的支撑和稳定性, 有助于机器人在起跳时保持平衡; 但受膝关节的限制, 全膝式结构可能会限制机器人跳跃时肢体的伸展程度, 从而影响跳跃的高度和距离。前肘后膝式结构结合了肘关节和膝关节的特点, 可以提供一定的推力和支撑, 在跳跃时较为灵活; 但跳跃时需要机器人同时利用前肢和后肢的力量, 需要更好的协调和控制。前膝后肘式结构可以提供较好的推力和灵活性, 有利于跳跃时肢体的伸展和收缩; 但跳跃时也需要更好的协调和控制, 同时, 起跳时需要克服肢体结构的一定限制。

为了更加清楚地了解各典型跳跃式机器人的腿部设计, 表1总结了各机器人的最大跳跃远度、最大跳跃高度、所选用的执行器以及腿部结构, 对比分析了各种腿部设计的优、缺点。对各种腿部设计的发展过程及趋势的分析如图1所示。

表1 不同腿部设计的性能对比

Tab. 1 Performance comparison of different leg designs

机器人名字	质量/kg	跳跃远度/m	跳跃高度/m	执行器	腿部结构	优点	缺点
BigDog <sup>[1][10822-10825]</sup>	75	1.1	—	内燃机+液压驱动	串联结构+前肘后膝	高负载、高功率输出、长工作周期	难以控制, 噪音很大, 废气排放严重
HyQ <sup>[2]76-77</sup>	80	—	0.16	液压驱动	串联结构+前肘后膝	提供高功率、抗冲击负载能力强	噪音大, 需要大量的维护
Kemba <sup>[3]9973-9979</sup>	7	—	1	气动驱动	串联结构+前肘后膝	能爆炸性驱动, 质量轻	轻载荷
Minitaur <sup>[4]6309-6315]</sup>	0.25	—	0.48	电动机直驱	并联结构	透明、高比功率、高驱动带宽、高机械稳定性和效率	轻载荷
MIT cheetah <sup>[5]2245-2252]</sup>	45	—	0.76	无刷直流电动机	串联结构+全肘式	控制策略简单, 带宽高	工作周期短, 载重量轻, 并非适用于所有环境
Jue ying <sup>[6]130-159]</sup>	25	1.5	0.7	无刷直流电动机	串联结构+全肘式	安静, 敏捷	载重量小, 工作周期短
Stanford doggo <sup>[7]240-245]</sup>	5	—	1.07	电动机直驱	并联结构	高垂直跳跃、高跳跃灵活性	轻载荷

1.2 腰部及脊柱设计

大量证据表明, 脊柱自由度具有为生物的腿部运动带来能量、工作空间和稳定的作用<sup>[8]</sup>。在一些四足机器人设计中加入了低自由度脊柱, 通过试验<sup>[9-12]</sup>和仿真<sup>[13-15]</sup>验证了脊柱自由度的作用, 表明脊柱自由度(特别是矢状面)能够降低功耗, 提高最大前进速度和跳跃高度。

四足机器人身体设计主要是腰部结构的设计,

腰部形式可分为主动腰部、被动腰部和刚性腰部3种。

主动腰部通常由多个关节组成, 可以实现较大范围的运动和姿态调整。这种设计可以提高机器人的灵活性和适应性, 使其能够在不同环境中执行各种任务。主动腰部需要配备相应的传感器和控制系统, 以实现精确的运动控制, 同时也会增加机器人自身的质量<sup>[16-17]</sup>, 如图2所示。

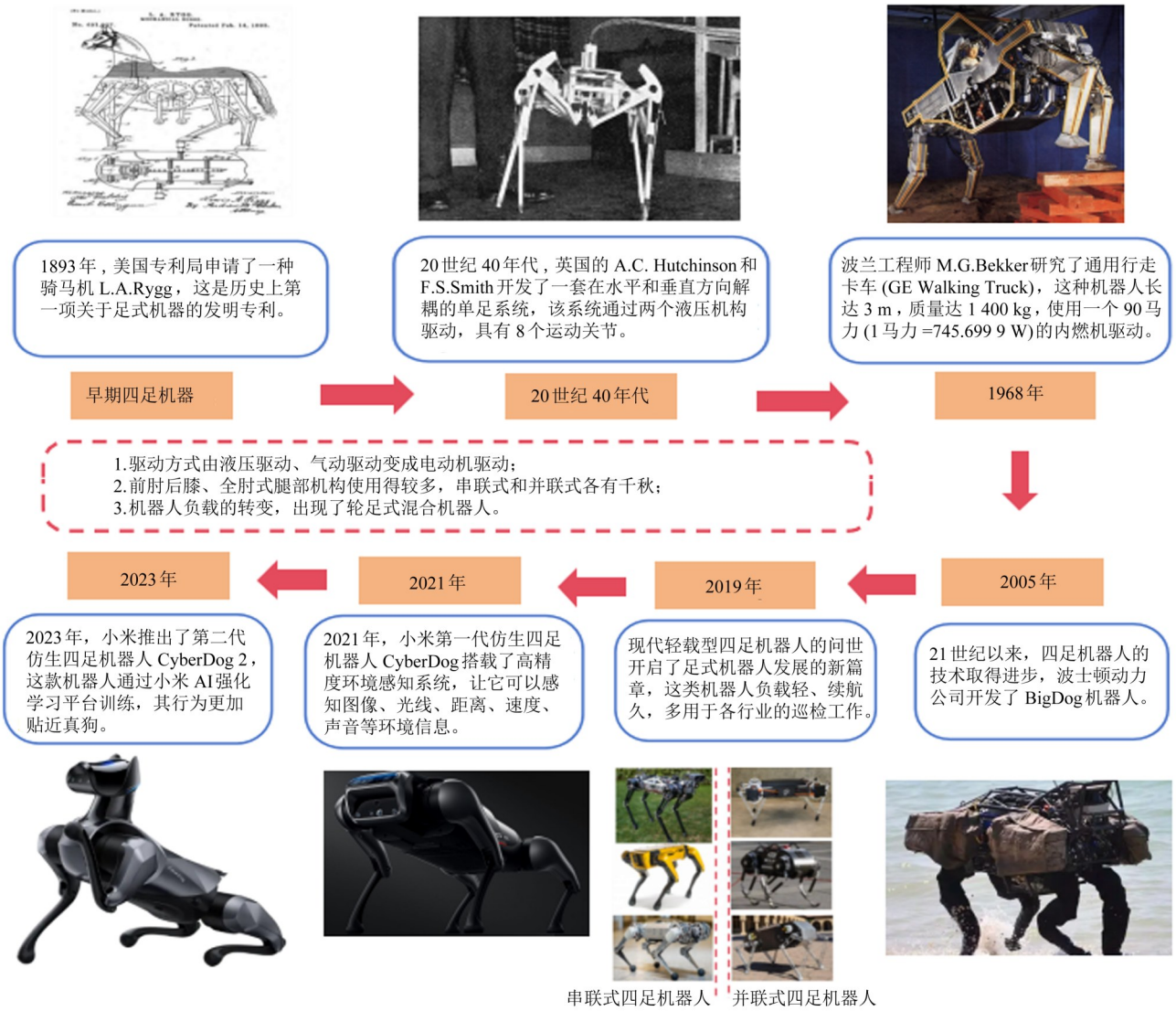


图1 腿部设计演变趋势图

Fig. 1 Trend diagram of the leg design evolution

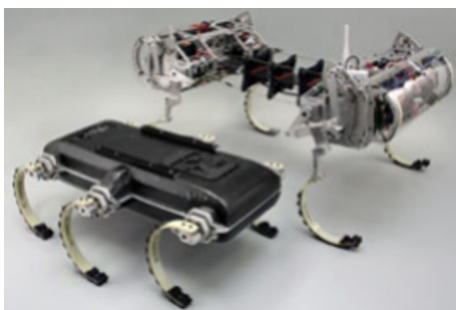


图2 具备主动腰部的四足机器人

Fig. 2 Quadruped robot with an active waist

被动腰部通常采用弹簧、气缸或其他类似的机械结构, 用于支撑和缓冲机器人的运动, 腰部弹性元件的收缩和舒张可以临时存储和释放能量, 提升机器人的能量效率, 但也会给机器人带来额外的扰动, 增加机器人的控制难度。被动腰部的设计相对简单, 成本较低, 但其灵活性和运动范围较主动腰部有所限制<sup>[18-20]</sup>, 如图3所示。

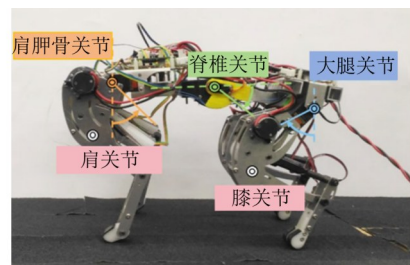


图3 具备被动腰部的四足机器人

Fig. 3 A quadruped robot with a passive waist

刚性腰部通常采用单一结构或少量关节, 使得机器人的腰部相对固定, 只能进行有限的姿态调整, 相较于另外两种形式, 结构简单, 控制难度低, 成本低<sup>[21]</sup>, 如图4所示。

### 1.3 尾巴设计

自然界中, 在尾巴的帮助下, 动物可实现高度敏捷、非周期性和灵巧的运动, 例如, 猎豹在狩猎

过程中的复杂行为和袋鼠优越的逃跑机动能力。为了提高移动机器人的敏捷性和可控性, 受动物的启发, 开始在移动平台上安装机器人尾巴<sup>[22-25]</sup>。机器人尾巴有以下3个优点。



图4 具备刚性腰部的四足机器人

Fig. 4 A quadruped robot with a rigid waist

**动态平衡调整:** 尾巴能够在机器人跳跃时动态调整, 帮助机器人维持或恢复空中平衡, 防止翻滚或偏离预定轨道, 并确保机器人能够以最佳角度和位置着陆。LIU等<sup>[26]</sup>在四足机器人RCQ上装配蛇形机器人尾巴, 使其能够执行动态运动, 例如, 利用尾巴来实现四足运动的机动和稳定功能。CHANG-SIU等<sup>[27]</sup>设计的带尾机器人可以在坠落时快速调整自己, 避免在大扰动后翻转, 并能在不同坡度的表面之间实现平稳过渡。

**动力与加速:** 安装在机器人身上的尾巴能够在跳跃起跳阶段提供额外的动力或助推, 帮助机器人实现更高或更远的跳跃。PATEL等<sup>[28]</sup>受猎豹的启发, 提出一种用于地面机器人高速机动的新型尾部控制系统, 与没有尾巴的版本相比, 尾部控制系统可以帮助机器人增加约40%横向加速度。SATO等<sup>[29]</sup>通过试验表明, 在机器人尾部增加Aexible尾巴机构, 尾部控制系统可以使机器人实现更高的跳跃, 其跳跃高度为自身高度的1.4倍。

**能量存储与释放:** 高级的尾巴设计可能包含能量回收系统。它在跳跃过程中存储能量, 并在着陆或下一次动作时释放这些能量, 以提高效率和持久力。HEIM等<sup>[30]</sup>通过给机器人增加主动尾翼的方法来稳定机器人身体的俯仰, 同时有效地改善了对腿部驱动器的约束, 允许主动尾翼专门向系统添加能量。

## 2 基于跳跃功能的控制模型设计

### 2.1 弹簧倒立摆模型

弹簧倒立摆(Spring Loaded Inverted Pendulum, SLIP)模型主要利用弹簧摆的周期性运动。这个周期性运动类似于钟摆运动, 当在垂直方向上拉动弹簧时, 弹簧摆开始做垂直方向的来回振动, 振幅逐渐减小, 并同时左右摆动。这种摆动又会转换为垂直

振动, 且不停地相互转换。其中, 弹簧起到了能量转换缓冲器的作用, 使一种形式的能量通过弹簧张力从一种形式的运动转换为另一种形式的运动。滑移可以用弹簧上的一个质点来表示, 如图5所示。SLIP模型中的步态由站立和腾飞两个阶段组成。有弹性的腿在腾飞阶段调整着地角度, 摆动到想要的位置; 在站立阶段, 通过压缩和释放弹簧, 向前移动<sup>[31]</sup>。

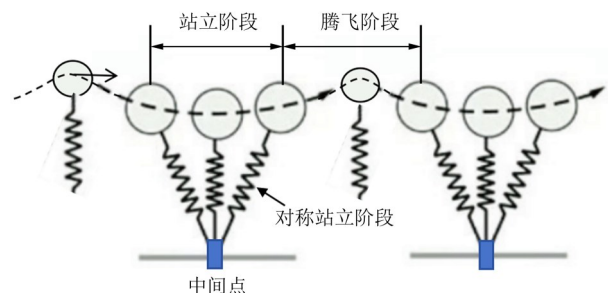


图5 弹簧倒立摆控制模型

Fig. 5 Spring loaded inverted pendulum control model

利用SLIP模型, 波士顿动力公司的创始人RAIBERT于20世纪80年代实现了平衡腿的控制步态, 包括单足机器人、双足机器人和四足机器人。同时, RAIBERT提出的“弹跳高度-前进速度-机体位姿”三体解耦控制被认为是工程技术与理论分析的完美结合, 近30年来仍然是足式机器人动平衡最有效的控制方法之一<sup>[32-33]</sup>。波士顿动力公司推出的BigDog<sup>[1]10822-10825</sup>是四足机器人领域的杰出代表, 其控制系统所采用的核心方法与思路就是SLIP模型。SLIP模型在四足机器人控制上取得了大量卓越成绩后, 学者对SLIP模型的研究也越来越多, SLIP模型的发展也出现了更多的方向与进步。学者在SLIP模型的基础上得到的平面三杆简化模型曾在业内引起较大轰动<sup>[34]</sup>。为了进一步有效控制SLIP模型运动规律, 学者还提出active SLIP模型<sup>[35]</sup>。同时, 为了提高SLIP模型的鲁棒性, ROSCIA等提出变高度弹性倒立摆模型, 在机器人下落过程中连续重新计算足部位置。通过这种方式, 即使存在显著的水平速度, 四足机器人也能够各个方向上成功着陆<sup>[36]7210-7217[37]</sup>。

### 2.2 刚体模型

单刚体动力学被广泛应用于有腿机器人的控制。图6所示为单刚体模型(Single Rigid Body Model, SRBM), 该简化模型考虑了地面反作用力对机器人身体的影响, 忽略了腿部动力学, 可以实时计算, 如利用模型预测控制(Model Predictive Control, MPC), 能够实现高动态运动<sup>[38]391-9[40]1154-1171[41]7344-7349[42]</sup>。然而, 在规划这些运动时, 实时MPC通常需要有限的预测范围。虽然单刚体动力学模型适合在线执行, 但在对模型精度要求较高的情况下, 需要采用全身

动力学模型<sup>[43-44]</sup>。

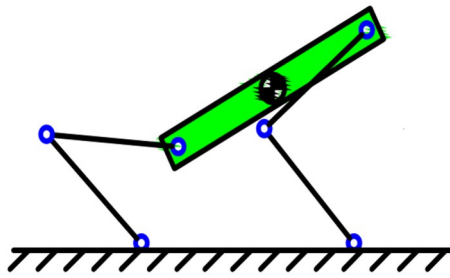


图6 单刚体模型

Fig. 6 Single rigid body model

单刚体模型的横摇角和俯仰角的小角度假设和预定义的足迹位置,使得凸函数成为可能。但这些假设并不适用于产生多用途和高度动态的运动。最近,CHIGNOLI等<sup>[45]</sup>提出一个更通用和复杂的运动生成框架:kino-dynamic planner。然而,kino-dynamic planner复杂且计算效率低。因此,需要在模型复杂度和计算效率之间进行折中。CORBÈRES等<sup>[46]</sup>展示的四足机器人能够以50 Hz的速度行走,其SRBM略有简化,但对于诸如跳跃这样的动态运动还没有改进。HALM等<sup>[47]</sup>对机器人进行了明确的建模,但模型的简化和状态估计的不确定性给控制增加了难度。

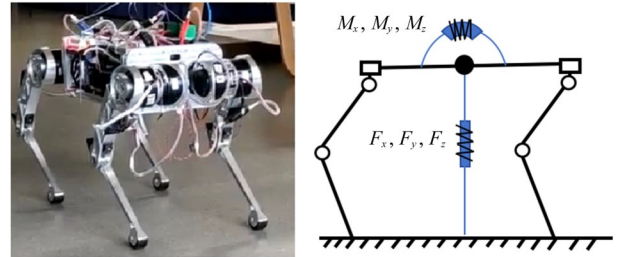
针对以上不足,WANG等<sup>[48]</sup>提出一个统一的模型来规划高动态跳跃。该模型可以近似地模拟质心惯性,从而提高跳跃性能。该模型被称为块腿单刚体模型(Lump Leg SRBM, LL-SRBM),其基本原理是将机器人本体抽象为一个单一的刚体,腿部抽象为一个点质量,可用于规划两足和四足机器人的运动。考虑腿动力学的影响,LL-SRBM为运动规划器提供了一种计算效率高的方法,进而改变不同腿构型机器人的质心惯量。

### 2.3 虚拟模型

PRATT等<sup>[49]</sup>首次提出的虚拟模型控制(Virtual Model Control, VMC)成功应用于双足机器人的控制。对于四足机器人的控制而言,假设机器人腿部存在机械弹簧(虚拟组件),分析机械弹簧上存在的虚拟力的力学特性,并将其反作用于控制对象上,进而实现被控制对象的预期运动性能和运动轨迹。VMC有效地简化了复杂运动控制问题,提供了一种新的解决思路。

机器人HyQ的腿部控制采用了虚拟模型,这款由意大利理工学院<sup>[50]</sup>开发的机器人很好地展现了虚拟控制在机器人与地面交互性方面的优越性。ZHANG等<sup>[51]</sup>研究了虚拟模型在四足机器人躯干方面的应用,并通过试验验证了其在粗糙地形上的有效性和鲁棒性。VMC总体控制框架如图7所示。虚拟

力由虚拟模型计算,并分配到关节上以实现预期的运动。这种方法通过虚拟力的计算和分配,实现对关节运动的精准控制,展现了其在复杂环境中的应用潜力。



(a) 四足机器人实物图

(b) 简化图

图7 虚拟控制模型

Fig. 7 Virtual control model

VMC方法有三大显著优势。第一,它使用简单的虚拟组件即可描述复杂任务<sup>[52]</sup>,降低了系统设计的难度。第二,VMC是一种直观的控制方法,不需要详细的动态模型,从而减少了计算负担。第三,通过引入自适应和学习元素以及刚度控制<sup>[53-54]</sup>,VMC能够扩展用于更加复杂的任务,展示了其灵活性和扩展性。这些特点使得VMC在机器人控制领域具有重要应用价值。

### 2.4 无模型

基于模型的控制方法在多足机器人动态运动控制中存在显著的局限性。首先,这些方法在建模过程中无法完美兼顾敏捷性、遵从性和能源效率,从而在实际应用中不可避免地会在性能上做出妥协。其次,这些方法过于依赖具体的模型本身,在复杂环境中的适应性和灵活性受到限制。相反,无模型控制方法,如中枢模式发生器(Central Pattern Generator, CPG)等,由于其设计简洁、适用广泛,逐渐成为更具吸引力的选择。

一种仿生学控制策略——基于CPG的控制方法,通过模仿低等生物的中枢神经结构来实现复杂运动。CPG的核心理念是通过多个周期振子的协调工作,产生有节奏的运动模式。这些周期振子之间的连接能够有效地协调腿部运动,使得机器人能够根据简单的控制信号实现步态转换<sup>[55-56]</sup>。此外,通过神经振荡器的强化学习功能,CPG控制器能够在线获取并优化各项参数<sup>[57]</sup>,进一步提高控制效果<sup>[58]</sup>。

在多足机器人领域的应用研究中,CPG控制器展示了在复杂地形上的卓越性能。KIMURA等<sup>[59]</sup>通过CPG控制器,使铁拳机器人能够以小跑步态在崎岖地形上行走。LI等<sup>[60]</sup>提出的基于Wilson-Cowan神经振荡器的CPG控制器,可产生多种步态模式,稳定

地改变四足机器人的运动。铁拳机器人的设计团队采用腿部负载反馈机构代替前庭器官反馈来进行姿态控制, 如图8所示。

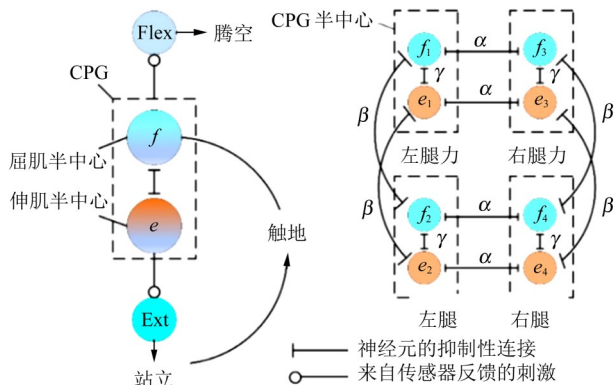


图8 中枢模式发生器模型<sup>[36][72]16</sup>

Fig. 8 Central pattern generator model

CPG控制方法对机器人模型的精度要求相对较低, 这使得其具有很高的实用性。通过简单的激励信号即可驱动机器人, 实现多种步态规划和灵活切换。这些研究成果表明, CPG控制器不仅在平坦地面上表现良好, 在复杂的环境中同样具有优异的适应能力和控制效果。

### 3 基于跳跃功能的控制算法设计

#### 3.1 模糊控制算法

随着模糊控制技术的发展, 已有很多研究者将其用来控制四足奔跑和跳跃。更具体地说, 研究者开发了自适应模糊控制器<sup>[61-62]</sup>。该方法的目的是使模糊系统能够在输入和输出之间实现非线性映射, 例如跳跃过程中脚位置和速度之间的映射。此外, 使用模糊系统时不需要精确的数学模型, 与实例学习方法相反<sup>[63-64]</sup>, 自适应模糊控制器允许在线学习和启发式训练。该控制器类似于改进型的弹簧倒立摆<sup>[65]</sup>, 并通过数值方法求解近似返回图的逆, 以产生单足动物的无差跳跃控制。在当前的工作中, 使用启发式将奔跑四足动物的逆返回图训练成模糊系统, 可避免单足动物固有的数学复杂性。

#### 3.2 模型预测控制算法

模型预测控制是控制四足机器人运动的有力工具。在先前的许多工作中, MPC的成功应用已经证明了其鲁棒性<sup>[39][2-7][66]</sup>。众所周知, 在MPC中, 通常需要在计算速度和模型复杂性之间进行权衡。简化的模型更适合快速重新规划, 更复杂的模型通常能够实现灵活运动。许多现有的四足MPC控制器都是基于SRBM的, 忽略了腿部运动。根据硬件上可用的计算资源, SRBM可以进一步简化为凸MPC公式<sup>[39][6-7][40][1154-1171]</sup>。然而, 凸函数截断了机器人的太多细

节, 因此, 不适合在线设计敏捷运动。SRBM可以配备关节轨迹, 从而形成动力学模型<sup>[67-68]</sup>。尽管用该模型制定的MPC是非线性的, 但最优结构探索求解器<sup>[69]</sup>和基于微分动态规划的求解器<sup>[70]</sup>已经显示出其实时性能潜力、对不平整地形的适应性。然而, 该模型在特殊动态运动(如跳跃)中的应用仍有待研究。全身MPC<sup>[71]</sup>和接触隐式MPC<sup>[72]</sup>已经显示出解锁复杂行为的潜力, 但这些控制器处于早期开发阶段, 对于敏捷跳跃来说速度很慢。最近的一项研究<sup>[73]</sup>显示了全身MPC在敏捷原地跳跃方面的前景, 但在姿态多样化之间快速转换仍然是一个挑战。

#### 3.3 基于全身控制的算法

四足机器人的全身控制(Whole-Body Control, WBC)算法是一种高级控制策略, 用于处理机器人的动态平衡、运动规划和力的控制等问题。WBC算法中, 通过考虑机器人的全身, 包括其所有关节和接触面, 来实现高效、稳定的控制<sup>[74]</sup>。这种控制策略特别适用于四足机器人, 因为它们通常在不稳定或不规则的地面上行走, 需要精确的动作和力的管理来维持平衡和高效的运动。

WBC算法中, 通常通过构建一个优化问题来实现控制目标, 如最小化能量消耗、达到期望姿态或路径等。这个优化问题考虑了机器人的动力学限制、运动学限制和可能的接触条件。WBC策略结合了反馈控制(根据机器人的实时状态调整控制输入)和前馈控制(基于预测和规划的控制输入), 以实现更准确和稳定的性能。GARCÍA等<sup>[41][7344-7349]</sup>利用WBC算法在Mini-Cheetah硬件中实现90°旋转跳跃和跳过倾斜地形, 并在实时物理模拟器中实现在线优化的后空翻、侧翻和前翻。KANG等<sup>[75][1189]</sup>建立了基于WBC的跳跃控制框架, 包括仿生起飞机动和基于分层优化的全身运动控制, 成功实现了带机械手的四足机器人的连续稳定跳跃。

#### 3.4 强化学习算法

强化学习(Reinforcement Learning, RL)方法在调节四足机器人的复杂运动方面显示出令人难以置信的能力, 包括在自然环境中通过困难地形的运动<sup>[76-77]</sup>。有一些研究使用强化学习算法来处理四足机器人的跳跃, 例如用于解决低重力(如月球)情况下, 机器人在跳跃飞行阶段的三维姿态(重)定向问题<sup>[78][317-318]</sup>, 或补偿扰动引起的跳跃轨迹误差<sup>[79][7089]</sup>, 并训练机器人模仿猫的动作, 以保证安全着陆。这些系统的优点是在训练后将策略传输到机器人的车载计算机, 并在短时间内计算出策略的必要行为。然而, 很多强化学习方法在早期阶段需要大量的数据

收集<sup>[78]317-328[79]07089[80]</sup>；同时，没有制定一个运动规划策略来进行许多复杂的跳跃，如左空翻和后空翻；也没有考虑最优的能量消耗问题，从可能的选项中选择最佳的轨迹。

针对以上问题，SONG等<sup>[81]</sup>提出RL算法的应用，以产生一个跳跃控制器，实现零差别模拟到真实的转移。其核心是一个高保真的仿真环境，可以识别关键的建模细节，包括接触顺应性和改进的电动机饱和模型。结合层次控制结构和两阶段学习课程，该框架可以生成不断打破先前高度纪录的控制器，并产生与仿真结果密切匹配的试验结果。

### 3.5 分层控制算法

#### 3.5.1 强化学习本身分层控制

当机器人的运动任务变得复杂时，强化学习将产生维度爆炸问题，奖励函数也将变得难以设计<sup>[82]</sup>。这是由有待探索的区域空间急剧增加造成的。为了解决维度爆炸问题，研究人员开发了分层强化学习框架<sup>[83-84]</sup>。分层强化学习的主要目标是将复杂的任务分成一些小的子任务。通过训练和学习每个子任务的策略，可以得到整体任务的解。如JI等<sup>[85]</sup>将控制框架分为输出期望关节位置的策略网络和输出机器人状态(如基本线速度、足部高度和接触概率)的估计网络；将训练好的框架部署到实物，可以使机器人适应各种地形，如山丘、滑板和颠簸的道路。JI等<sup>[86]</sup>提出类似的分层框架，该框架利用深度强化学习来训练一个可以跟踪任意运动的鲁棒运动控制策略和一个计划策略，进而决定将足球踢到目标所需的踢球动作，并将提出的框架部署在A1四足机器人上，使其能够准确地将球射向现实世界中的随机目标。

#### 3.5.2 强化学习控制其他底层

由于模拟-真实的差距，基于学习的方法大多难以适应现实环境中不同类型的地形，同时，尽管一些工作<sup>[78]321-326</sup>在真实环境中取得了令人印象深刻的结果，但它们依赖于对执行器的精确建模，因为这需要收集来自真实电动机的转矩数据<sup>[87]</sup>。然而，对于大多数商业上可用的直接驱动器，这些数据是不可用的，极大地限制了这些方法在实践中的应用。

为了解决上述问题，TAN等<sup>[88]</sup>提出一种通过引入分层学习框架来实现的、用于敏捷运动的四足机器人学习系统。框架中，强化学习作为高级策略来控制生成目标脚位置的轨迹生成器。更具体来说，框架中的学习算法如同“小脑”，由它向姿势引导的轨迹生成器发送高级信息，以调整运动并增强其对各种环境的适应性。YANG等<sup>[89]</sup>利用类似的分层框架设计，无缝结合了基于优化的控制和强化学习。具

体来说，基于高阶RL的质心策略向腿部控制器指定所需的步态、目标基本速度和摆动脚的位置，而低阶腿部控制器则根据质心策略的动作解决最优的电动机命令。YANG等<sup>[90]</sup>同时也成功采用最优控制和强化学习的分层框架来学习四足机器人的连续跳跃运动。该框架的核心是姿态控制器，它结合了手动设计的加速度控制器和学习到的残差策略。作为有效训练的加速度控制器热启动策略，训练后的策略克服了加速度控制器的局限性，提高了跳跃的稳定性。该框架可以直接部署到真实的机器人上，并执行多功能的连续跳跃动作，包括高达50 cm的全方位跳跃和向前60 cm的跳跃。

### 3.6 融合控制算法

#### 3.6.1 WBC融合MPC

为了进一步提高机器人的动态性能、鲁棒性和多任务能力，研究者往往会通过融合性算法来解决。其中，最为常见的一种是由KIM等<sup>[91]</sup>提出的结合WBC和MPC的控制器。在此框架中，MPC通过一个简单的模型在较长时间内找到最优的反作用力分布，WBC根据MPC计算的反作用力计算关节转矩、位置和速度命令。该框架成功在Mini-Cheetah四足机器人上完成了各项步态测试，最高奔跑速度可达到3.7 m/s。

KANG等<sup>[75]1189</sup>成功将这种融合算法部署在装有机械臂的四足机器人上，他们将带机械臂的四足机器人简化为浮动七连杆模型，采用层次优化方法求解目标关节力矩。该方法大大简化了动力学模型且计算简便。最后，进行了不同重力环境和15°坡度下的跳跃模拟。可以发现，机器人可以连续稳定地跳变，验证了该跳变控制方法的稳定性。

#### 3.6.2 强化学习融合MPC

跑步和跳跃这样的运动任务是高度动态的，若没有高度精确的环境或机器人模型，无法很好地实施模型预测控制等方法<sup>[92]</sup>。端到端学习在应对任务或环境中的显著变化时，鲁棒性(健壮性)表现欠佳，并且可能是样本效率低下的。结合模型预测和基于学习的技術，可以帮助研究人员解决具有挑战性的机器人运动问题。SHIRWATKAR等<sup>[93]</sup>提出的控制器使用一个简单的线性函数逼近器来表示策略，并且只有12个变量二次规划(Quadratic Programming, QP)用于力分布。采用基于质心动力学的MPC方法生成参考轨迹数据，利用模仿学习对线性策略进行训练，以最小化与参考轨迹的偏差，并在机器人Stoch3上成功部署了这种计算效率高的控制器，实现了室内外高动态运动。SALHOTRA等<sup>[94]</sup>利用相似的方法，探索了课程轨迹优化和深度RL在四足跨栏任务中的结合。

该框架在各种机器人跨栏任务中具有比先进的强化学习更高的样本效率, 与原始轨迹相比, 性能得到了显著提高。

### 3.6.3 强化学习融合 CPG

除了可通过强化学习与 MPC 融合来提高机器人的训练效率以及轨迹性能外, 部分研究者也将 RL 与 CPG 融合。具体来说, 依靠 CPG 模型来表示开环运动策略, 随后通过强化学习改进该策略。在弹性驱

动机器人中获得动态步态的另一种可能性是依赖于反射的控制器, 其参数也需要进一步优化。该研究既适用于 CPG 控制器, 也适用于基于反射的控制器。因为通过学习反应控制器可实现参数优化的自动化, 进而提高鲁棒性和跳跃性能<sup>[95-96]</sup>。为了更加清楚地了解各算法的优缺点以及算法的发展趋势, 对不同控制算法的优缺点进行了对比总结, 具体如表 2 及图 9 所示。

表 2 不同控制算法的优缺点对比

Tab. 2 Comparison of the advantages and disadvantages of different control algorithms

控制方法	简称	中文名称	优点	缺点
Spring loaded inverted pendulum	SLIP	弹簧倒立摆	建模简单, 对建模精度要求不高。	对腿部运动状态和受力一致性要求高。
Virtual model control	VMC	虚拟模型控制	简单直观, 不涉及动力学内容。	对虚拟模型的选择比较重要。
Central pattern generator	CPG	中枢模式发生器	在轨迹生成与步态切换上有天然优势。	算法复杂, 参数多, 函数设计与参数调节困难。
Fuzzy control	—	模糊控制	容错性强, 模型简单, 直观易懂, 灵活性高。	科学性和严谨性不足, 优化困难, 调试和维护存在挑战性。
Model predictive control	MPC	模型预测控制	能够预测和优化, 能适应复杂系统。	需要平衡模型准确度和计算能力。
Whole-body control	WBC	全身控制	能够实现具有优先级的多任务运动。	计算量大, 实时控制难。
基于学习的控制方法	—	深度强化学习	自主学习能力强, 无须标记大量数据, 能够优化长期目标。	训练时间长, 奖励设计困难, 训练时面临稳定性和收敛性问题。
分层控制的控制方法	—	强化学习本身分层控制	能够解决维度爆炸以及奖励函数设计困难问题。	针对实际任务分层难度较大。
	—	强化学习控制其他底层	能够集合优化控制和强化学习算法的优势, 形成互补。	复杂性增加, 调整和维护难度较大。
融合控制的控制方法	WBC+MPC	全身控制融合模型预测控制	可以提高机器人的反应性和适应性, 能够优化能源效率。	计算成本高, 复杂度和实现难度高, 存在模型依赖性。
	—	强化学习融合模型预测控制	具备更好的稳定性, 加速了学习的过程, 增加了泛化能力。	模型复杂度增加, 需要消耗更多的资源。
	—	强化学习融合中枢模式发生器	增加了控制系统的鲁棒性, 使得控制系统的性能提升。	复杂性增加, 底层控制属于开环控制。

## 4 总结与展望

### 4.1 总结

四足机器人的跳跃功能在实现机器人高机动性和适应性方面具有重要意义。在跳跃功能的研究中, 基于跳跃功能的结构设计、控制模型设计和控制算法设计是关键的研究方向。

基于跳跃功能的结构设计: 四足机器人的设计不仅关注腿部, 还包括机身和尾巴的优化, 以支持更有效的跳跃动作和空中姿态控制。针对腿部设计, 本文主要从腿部驱动方式、腿部关节设计以及腿部拓扑结构等方面展开介绍, 并总结出腿部设计从液压气动驱动向电动机驱动演变、轻载向重载演变、串联式结构和并联式结构并行发展以及足轮混合式

发展等趋势。针对机身设计, 本文着重介绍了主动腰部、被动腰部, 说明了脊柱自由度的增加对机器人功耗以及跳跃性能的影响。针对尾巴设计, 本文从动态平衡调整、动力与加速、能量存储与释放 3 方面介绍了尾巴对机器人飞行姿态和着陆精度的作用。

基于跳跃功能的控制模型: 本文分别从弹簧倒立摆模型、刚体模型、虚拟模型、无模型等方面展开介绍, 前 3 种实体模型可以用于描述机器人的跳跃行为, 以及预测和优化跳跃性能, 并为后续的控制算法设计奠定基础。建立精确的控制模型, 可以实现跳跃运动的稳定和精确控制。无模型方法不需要建立数学模型, 减少了设计的复杂度, 降低了开发成本, 但是不依赖模型, 因此, 在调试与优化方面

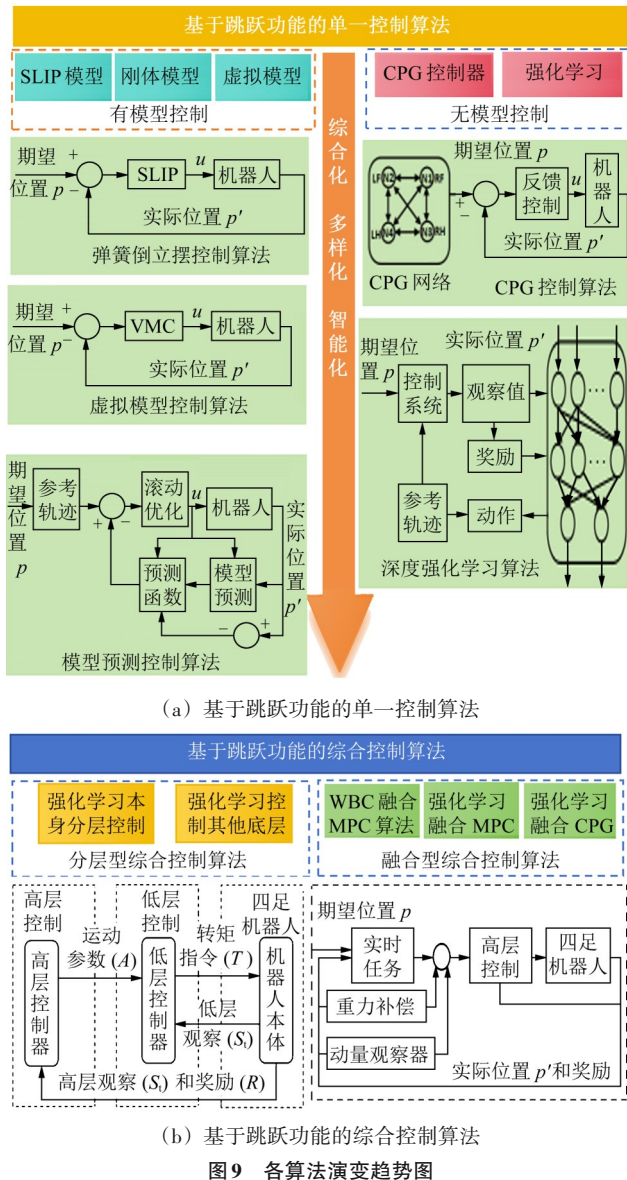


Fig. 9 Evolution trend chart of each algorithm

比较困难，特别是在复杂应用场景下。

基于跳跃功能的控制算法：本文介绍了传统的控制算法，如模糊控制、模型预测、全身控制算法。这些控制算法在满足机器人单次跳跃以及简单动作的重复跳跃上可以发挥不错的效果，但是面对复杂多变的任务、需要高难度的跳跃动作时，往往难以应对；同时，这些算法的跳跃轨迹都是提前优化设定好的，只能起到轨迹跟踪的效果，无法实现实时在线规划的功能。

除了介绍传统的控制算法外，本文还介绍了强化学习、分层控制算法、融合控制算法这3种新型控制算法。这些算法是在深度强化学习算法成熟后逐渐兴起的，往往将强化学习作为算法的核心或者算法的控制高层，在机器人的跳跃任务中起统筹规划

作用。这主要是因为强化学习在训练中具备学习能力以及可以无模型训练的特点。

上述算法通过优化控制策略和学习算法，可以提高机器人的跳跃性能、稳定性和适应性，从而使机器人能够在动态和复杂环境中实现高效跳跃。

4.2 展望

随着电动机技术的发展，高负载低质量的电动机将使未来四足机器人的驱动方式进一步电动机化，同时，由于机身以及尾巴对四足机器人跳跃功能的影响受到重视，机器人的结构将进一步精细化、多样化以及仿生化，使仿生机器人本身具有更高效的动力传输、动态平衡调整和能量存储释放，从而进一步提升跳跃高度和距离。

另一方面，随着计算能力的大力发展，研究者将采用更加复杂和精确的控制模型进行控制；同时由于深度学习、强化学习等人工智能技术的进一步成熟，无模型控制将成为主要研究方向，从而得到飞速发展。未来四足机器人的控制算法不局限于单一控制，而是根据机器人应用场景的需要，灵活搭配现有的控制算法，例如采用分层式或者融合式搭配形式，大大增加了控制算法设计的灵活性以及控制算法的种类。新兴的深度强化学习具有无模型控制、学习性等特点，是分层式以及融合式控制算法的高层核心。同时，深度强化学习的种类以及算法能力在不断完善和增长中，将促进分层式以及融合式控制算法进一步发展，将来算法的分层层数以及融合的算法种类会根据任务的需要不断增加，从而构建出多层多核算法，使得算法如同人脑一般，更智能化，具备任务分解、安排能力，具有强劲的组织协调能力，使机器人能够完成更复杂、更具有挑战性的任务。

参 考 文 献

[1] RAIBERT M, BLANKESPOOR K, NELSON G, et al. BigDog, the rough-terrain quadruped robot[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2008, 41(2): 10822-10825.

[2] SEMINI C. HyQ-design and development of a hydraulically actuated quadruped robot[D]. Genoa: University of Genoa, 2010: 76-77.

[3] MAILER C, SHIELD S, GOVENDER R, et al. Getting air: modeling and control of a hybrid pneumatic-electric legged robot[C]// 2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2023: 9973-9979.

[4] KAU N, SCHULTZ A, FERRANTE N, et al. Stanford doggo: an open-source, quasi-direct-drive quadruped[C]// 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2019:

- 6309-6315.
- [5] BLEDT G, POWELL M J, KATZ B, et al. MIT cheetah 3: design and control of a robust, dynamic quadruped robot[C]//2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2018:2245-2252.
- [6] HE J, GAO F. Mechanism, actuation, perception, and control of highly dynamic multilegged robots: a review[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2020, 33(5): 130-159.
- [7] LIESKOVSKÝ J, BUŠEK J, VITOUŠEK M, et al. Vertical jump optimization of robotic leg [C]//2023 24th International Conference on Process Control (PC). IEEE, 2023:240-245.
- [8] BUSCHMANN T, EWALD A, VON TWICKEL A, et al. Controlling legs for locomotion-insights from robotics and neurobiology [J]. Bioinspiration & Biomimetics, 2015, 10(4):041001.
- [9] ECKERT P, SCHMERBAUCH A E M, HORVAT T, et al. Towards rich motion skills with the lightweight quadruped robot serval: a design, control and experimental study[M]//Lecture Notes in Computer Science. Cham: Springer International Publishing, 2018: 41-55.
- [10] KHORAMSHAHI M, SPRÖWITZ A, TULEU A, et al. Benefits of an active spine supported bounding locomotion with a small compliant quadruped robot [C]//2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2013:3329-3334.
- [11] DUPERRET J, KODITSCHKE D E. Empirical validation of a spined sagittal-plane quadrupedal model [C]//2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2017:1058-1064.
- [12] 徐忠岐. 含柔性脊柱的四足机器人动力学建模方法与飞相运动特性研究[D]. 北京:北京交通大学, 2023:77-88.  
XU Zhongqi. Study on dynamic modeling method and study on flying phase motion characteristics of quadruped robot with flexible spine[D]. Beijing:Beijing Jiaotong University, 2023:77-88.
- [13] FOLKERTSMA G A, KIM S, STRAMIGIOLI S. Parallel stiffness in a bounding quadruped with flexible spine [C]//2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2012:2210-2215.
- [14] ÇULHA U, SARANLI U. Quadrupedal bounding with an actuated spinal joint [C]//2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2011:1392-1397.
- [15] PHAN L T, LEE Y H, LEE Y H, et al. Study on effects of spinal joint for running quadruped robots [J]. Intelligent Service Robotics, 2020, 13(1):29-46.
- [16] CAPORALE J D, FENG Z Y, ROZEN-LEVY S, et al. Twisting spine or rigid torso: exploring quadrupedal morphology via trajectory optimization [C]//2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2023:1177-1184.
- [17] DUPERRET J M, KENNEALLY G D, PUSEY J L, et al. Towards a comparative measure of legged agility [M]//HSIEH M A, KHATIB O, KUMAR V, et al. Springer Tracts in Advanced Robotics. Cham: Springer International Publishing, 2015:3-16.
- [18] PHAN L T, LEE Y H, KIM D Y, et al. Quadruped bounding with a passive compliant spine [C]//2015 12th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI). IEEE, 2015:415-416.
- [19] LI T F, ZHANG C S, WANG S J, et al. Jumping with expandable trunk of a metamorphic quadruped robot: the origaker II [J]. Applied Sciences, 2019, 9(9):1778.
- [20] KAWASAKI R, SATO R, KAZAMA E, et al. Development of a flexible coupled spine mechanism for a small quadruped robot [C]//2016 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). IEEE, 2016:71-76.
- [21] KATZ B, DI CARLO J, KIM S. Mini cheetah: a platform for pushing the limits of dynamic quadruped control [C]//2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2019: 6295-6301.
- [22] LIBBY T, MOORE T Y, CHANG-SIU E, et al. Tail-assisted pitch control in lizards, robots and dinosaurs [J]. Nature, 2012, 481(7380):181-184.
- [23] BRIGGS R, LEE J, HABERLAND M, et al. Tails in biomimetic design: analysis, simulation, and experiment [C]//2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2012:1473-1480.
- [24] CHANG-SIU E, LIBBY T, BROWN M, et al. A nonlinear feedback controller for aerial self-righting by a tailed robot [C]//2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2013:32-39.
- [25] 龚加庆. 头尾调节装置对四足机器人动态运动性能的影响研究 [D]. 北京:北京交通大学, 2015:25-27.  
GONG Jiaqing. Study on the influence of head-tail adjusting device on the dynamic motion performance of quadruped robot [D]. Beijing:Beijing Jiaotong University, 2015:25-27.
- [26] LIU Y J, BEN-TZVI P. Systematic development of a novel, dynamic, reduced complexity quadruped robot platform for robotic tail research [C]//2022 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2022:4664-4670.
- [27] CHANG-SIU E, LIBBY T, TOMIZUKA M, et al. A lizard-inspired active tail enables rapid maneuvers and dynamic stabilization in a terrestrial robot [C]//2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2011:1887-1894.
- [28] PATEL A, BRAAE M. Rapid turning at high-speed: inspirations from the cheetah's tail [C]//2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2013:5506-5511.
- [29] SATO R, HASHIMOTO S, MING A G, et al. Development of a flexible tail for legged robot [C]//2016 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. IEEE, 2016:683-688.
- [30] HEIM S W, AJALLOEIAN M, ECKERT P, et al. On designing an active tail for legged robots: simplifying control via decoupling of control objectives [J]. Industrial Robot, 2016, 43(3):338-346.

- [31] POULAKAKIS I, PAPAPOPOULOS E, BUEHLER M. On the stability of the passive dynamics of quadrupedal running with a bounding gait[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2006, 25(7):669-687.
- [32] RAIBERT M H, TELLO E R. Legged robots that balance [J]. *IEEE Expert*, 1986, 1(4):89.
- [33] 徐贝贝, 李艳杰, 王争. 足式机器人弹簧负载倒立摆模型控制方法研究[J]. *机械工程与自动化*, 2014(4):141-143.  
XU Beibei, LI Yanjie, WANG Zheng. Control method of spring loaded inverted pendulum model for legged robots[J]. *Mechanical Engineering & Automation*, 2014(4):141-143.
- [34] CHEROUVIM N, PAPAPOPOULOS E. Pitch control for running quadrupeds using leg positioning in flight[C]//2007 Mediterranean Conference on Control & Automation. IEEE, 2007:1-6.
- [35] PIOVAN G, BYL K. Reachability-based control for the active SLIP model[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2015, 34(3):270-287.
- [36] ROSCIA F, FOCCHI M, DEL PRETE A, et al. Reactive landing controller for quadruped robots[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2023, 8(11):7210-7217.
- [37] CHAI H, LI Y B, SONG R, et al. A survey of the development of quadruped robots: joint configuration, dynamic locomotion control method and mobile manipulation approach[J]. *Biomimetic Intelligence and Robotics*, 2022, 2(1):100029.
- [38] PARK H W, WENSING P M, KIM S. Jumping over obstacles with MIT cheetah 2[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2021, 136:103703.
- [39] DI CARLO J, WENSING P M, KATZ B, et al. Dynamic locomotion in the MIT cheetah 3 through convex model-predictive control [C]//2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2018:1-9.
- [40] DING Y R, PANDALA A, LI C Z, et al. Representation-free model predictive control for dynamic motions in quadrupeds [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2021, 37(4):1154-1171.
- [41] GARCÍA G, GRIFFIN R, PRATT J. Time-varying model predictive control for highly dynamic motions of quadrupedal robots [C]//2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2021:7344-7349.
- [42] 陈久朋, 李春磊, 伞红军, 等. 基于模型的四足机器人步态转换控制研究[J]. *农业机械学报*, 2024, 55(3):431-440.  
CHEN Jiupeng, LI Chunlei, SAN Hongjun, et al. Model based gait transition control for quadruped robots[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2024, 55(3):431-440.
- [43] NGUYEN Q, POWELL M J, KATZ B, et al. Optimized jumping on the MIT cheetah 3 robot[C]//2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2019:7448-7454.
- [44] POSA M, CANTU C, TEDRAKE R. A direct method for trajectory optimization of rigid bodies through contact[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2014, 33(1):69-81.
- [45] CHIGNOLI M, KIM D, STANGER-JONES E, et al. The MIT humanoid robot: design, motion planning, and control for acrobatic behaviors [C]//2020 IEEE-RAS 20th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids). IEEE, 2021:1-8.
- [46] CORBÈRES T, FLAYOLS T, LÉZIART P A, et al. Comparison of predictive controllers for locomotion and balance recovery of quadruped robots [C]//2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2021:5021-5027.
- [47] HALM M, POSA M. Modeling and analysis of non-unique behaviors in multiple frictional impacts[C]//Robotics: Science and Systems XV, 2019:59604384.
- [48] WANG K, XIN G Y, XIN S Y, et al. A unified model with inertia shaping for highly dynamic jumps of legged robots[J]. *Mechatronics*, 2023, 95:103040.
- [49] PRATT J, DILWORTH P, PRATT G. Virtual model control of a bipedal walking robot [C]//Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 1997:193-198.
- [50] BOAVENTURA T, BUCHLI J, SEMINI C, et al. Model-based hydraulic impedance control for dynamic robots [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2015, 31(6):1324-1336.
- [51] ZHANG G T, RONG X W, HUI C, et al. Torso motion control and toe trajectory generation of a trotting quadruped robot based on virtual model control[J]. *Advanced Robotics*, 2016, 30(4):284-297.
- [52] 许安定, 魏炳胜. 基于虚拟模型的四足机器人控制策略[J]. *重庆工商大学学报(自然科学版)*, 2023, 40(2):29-35.  
XU Anding, WEI Bingsheng. Control strategy of quadruped robot based on virtual model[J]. *Journal of Chongqing Technology and Business University(Natural Science Edition)*, 2023, 40(2):29-35.
- [53] TIAN J, MA C, WEI C, et al. A smooth gait planning framework for quadruped robot based on virtual model control [M]//Lecture Notes in Computer Science. Cham: Springer International Publishing, 2019:398-410.
- [54] KOCO E, MIRKOVIC D, KOVAČIĆ Z. Hybrid compliance control for locomotion of electrically actuated quadruped robot [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2019, 94(3):537-563.
- [55] IJSPEERT A J. Biorobotics: using robots to emulate and investigate agile locomotion[J]. *Science*, 2014, 346(6206):196-203.
- [56] 韩青, 叶选林, 曹飞祥, 等. 基于CPG的四足机器人全方位行走控制研究[J]. *机械传动*, 2014, 38(5):36-41.  
HAN Qing, YE Xuanlin, CAO Feixiang, et al. Study on omnidirectional locomotion control of quadruped robot based on central pattern generator [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2014, 38(5):36-41.
- [57] ENDO G, MORIMOTO J, MATSUBARA T, et al. Learning CPG-based biped locomotion with a policy gradient method: application to a humanoid robot[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2008, 27(2):213-228.
- [58] PARK C S, KIM J H. Stable modifiable walking pattern algorithm with constrained optimized central pattern generator [M]//Advanced

- es in intelligent systems and computing. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013: 223-230.
- [59] KIMURA H, FUKUOKA Y, COHEN A H. Adaptive dynamic walking of a quadruped robot on natural ground based on biological concepts[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2007, 26(5): 475-490.
- [60] LI B, LI Y B, RONG X W. Gait generation and transitions of quadruped robot based on Wilson-Cowan weakly neural networks[C]// 2010 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. IEEE, 2010: 19-24.
- [61] PASSINO K M, YURKOVICH S, REINFRANK M. Fuzzy control [M]. Reading, MA: Addison-wesley, 1998.
- [62] 睦耀宇, 杨忠, 游雨龙, 等. 基于自适应模糊算法的四足机器人运动 VMC 方法[J]. *应用科技*, 2022, 49(1): 53-58.  
SUI Yaoyu, YANG Zhong, YOU Yulong, et al. Motion VMC method of quadruped robot based on adaptive fuzzy algorithm[J]. *Applied Science and Technology*, 2022, 49(1): 53-58.
- [63] RAIBERT M H, WIMBERLY F C. Tabular control of balance in a dynamic legged system[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1984, SMC-14(2): 334-339.
- [64] DOERSCHUK P I, SIMON W E, NGUYEN V, et al. A modular approach to intelligent control of a simulated jointed leg[J]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 1998, 5(2): 12-21.
- [65] SARANLI U, SCHWIND W J, KODITSCHKE D E. Toward the control of a multi-jointed, monopod runner [C]// Proceedings of 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 1998: 2676-2682.
- [66] NEUNERT M, DE CROUSAZ C, FURRER F, et al. Fast nonlinear model predictive control for unified trajectory optimization and tracking[C]// 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2016: 1398-1404.
- [67] GRANDIA R, JENELTEN F, YANG S H, et al. Perceptive locomotion through nonlinear model-predictive control[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2023, 39(5): 3402-3421.
- [68] 柴小龙. 复杂地形条件下四足机器人控制方法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2023: 21-28.  
CHAI Xiaolong. Research on control method of quadruped robot under complex terrain conditions [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2023: 21-28.
- [69] FRISON G, DIEHL M. HPIPM: a high-performance quadratic programming framework for model predictive control[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2020, 53(2): 6563-6569.
- [70] FARSHIDIAN F, NEUNERT M, WINKLER A W, et al. An efficient optimal planning and control framework for quadrupedal locomotion[C]// 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2017: 93-100.
- [71] TASSA Y, EREZ T, TODOROV E. Synthesis and stabilization of complex behaviors through online trajectory optimization [C]// 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2012: 4906-4913.
- [72] LE CLEAC' H S, HOWELL T A, YANG S, et al. Fast contact-implicit model predictive control [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2024, 40: 1617-1629.
- [73] MASTALLI C, MERKT W, MARTI-SAUMELL J, et al. A feasibility-driven approach to control-limited DDP [J]. *Autonomous Robots*, 2022, 46(8): 985-1005.
- [74] 陈逸锋, 周世超, 李燊, 等. 四足机器人行走系统研究综述[J]. *机器人产业*, 2023(4): 29-39.  
CHEN Yifeng, ZHOU Shichao, LI Shen, et al. Summary of research on walking system of quadruped robot[J]. *Robot Industry*, 2023(4): 29-39.
- [75] KANG R, MENG F, WANG L, et al. Bio-inspired take-off maneuver and control in vertical jumping for quadruped robot with manipulator[J]. *Micromachines*, 2021, 12(10): 1189.
- [76] LEE J, HWANGBO J, WELLHAUSEN L, et al. Learning quadrupedal locomotion over challenging terrain [J]. *Science Robotics*, 2020, 5(47): eabc5986.
- [77] 王康. 四足机器人复杂地形越障控制方法研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2023: 14-15.  
WANG Kang. Research on obstacle-crossing control method of quadruped robot in complex terrain [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2023: 14-15.
- [78] RUDIN N, KOLVENBACH H, TSOUNIS V, et al. Cat-like jumping and landing of legged robots in low gravity using deep reinforcement learning [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2022, 38(1): 317-328.
- [79] BELLEGARDA G, NGUYEN C, NGUYEN Q. Robust quadruped jumping via deep reinforcement learning [EB/OL]. 2020: 2011.07089. <https://arxiv.org/abs/2011.07089v3>.
- [80] HWANGBO J, LEE J, DOSOVITSKIY A, et al. Learning agile and dynamic motor skills for legged robots[J]. *Science Robotics*, 2019, 4(26): eaau5872.
- [81] SONG Z T, YUE L Z, SUN G L, et al. An optimal motion planning framework for quadruped jumping [C]// 2022 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2022: 11366-11373.
- [82] PENG X B, COUMANS E, ZHANG T N, et al. Learning agile robotic locomotion skills by imitating animals [C]// Robotics: Science and Systems XVI, 2020.
- [83] MARGOLIS G B, YANG G, PAIGWAR K, et al. Rapid locomotion via reinforcement learning [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2024, 43(4): 572-587.
- [84] GAO Y P, TEBBE J, ZELL A. Optimal stroke learning with policy gradient approach for robotic table tennis[J]. *Applied Intelligence*, 2023, 53(11): 13309-13322.
- [85] JI G, MUN J, KIM H, et al. Concurrent training of a control policy and a state estimator for dynamic and robust legged locomotion [J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2022, 7(2): 4630-

- 4637.
- [86] JI Y D, LI Z Y, SUN Y N, et al. Hierarchical reinforcement learning for precise soccer shooting skills using a quadrupedal robot [C]//2022 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2022: 1479-1486.
- [87] YU W H, KUMAR V C, TURK G, et al. Sim-to-real transfer for biped locomotion [C]//2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2019: 3503-3510.
- [88] TAN W H, FANG X, ZHANG W, et al. A hierarchical framework for quadruped locomotion based on reinforcement learning [C]//2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2021: 8462-8468.
- [89] YANG Y X, SHI G Y, MENG X Y, et al. CAJun: continuous adaptive jumping using a learned centroidal controller [C]//Conference on Robot Learning. PMLR, 2023: 2791-2806.
- [90] YANG Y, MENG X, YU W, et al. Continuous versatile jumping using learned action residuals [C]//Learning for Dynamics and Control Conference. PMLR, 2023: 770-782.
- [91] KIM D, DI CARLO J, KATZ B, et al. Highly dynamic quadruped locomotion via whole-body impulse control and model predictive control [EB/OL]. 2019: 1909.06586. <https://arxiv.org/abs/1909.06586v1>.
- [92] SHI Y P, WANG P F, LI M T, et al. Model predictive control for motion planning of quadrupedal locomotion [C]//2019 IEEE 4th International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM). IEEE, 2019: 87-92.
- [93] SHIRWATKAR A, KURVA V K, VINODA D, et al. Force control for robust quadruped locomotion: a linear policy approach [C]//2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2023: 5113-5119.
- [94] SALHOTRA G, HEGDE S, BATRA S, et al. Guided learning of robust hurdling policies with curricular trajectory optimization [EB/OL]. <https://www.gautamsalhotra.com/publication/ctorl/ctorl.pdf>.
- [95] RAFFIN A, SEIDEL D, KOBER J, et al. Learning to exploit elastic actuators for quadruped locomotion [EB/OL]. 2022: 2209.07171. <https://arxiv.org/abs/2209.07171v3>.
- [96] 孙文凯. 基于深度强化学习的四足机器人运动控制方法 [D]. 济南: 山东大学, 2022: 53-69.
- SUN Wenkai. Motion control method of quadruped robot based on deep reinforcement learning [D]. Jinan: Shandong University, 2022: 53-69.

## Research status on jumping function of quadruped robots

HUA Congcong<sup>1</sup> YANG Zihe<sup>1</sup> XIA Yanting<sup>1</sup> YAN Jianrong<sup>2</sup> GAO Guanjian<sup>1</sup> LUO Fuliang<sup>1</sup>  
MA Wenshuo<sup>1</sup> LI Zhijie<sup>1</sup>

(1. Hangzhou Shenhao Technology Co., Ltd., Hangzhou 311100, China)

(2. The 52<sup>nd</sup> Research Institute of China Electronics Technology Corporation, Hangzhou 310061, China)

**Abstract:** [Significance] The jumping function of quadruped robots is an important ability to achieve high maneuverability and adaptability in complex environments. [Analysis] The current research status of the jumping function of quadruped robots was reviewed, including the latest progress in the structural design, the control model design, and the control algorithm design. In terms of the structural design based on the jumping function, the skeleton structure, joint design, and material selection of quadruped robots were optimized to improve the jumping ability and the stability. In the design of control models based on the jumping function, various dynamic models were proposed to describe the jumping behavior of quadruped robots. These models can be used to predict and optimize the jumping performance, and provide a foundation for the subsequent control algorithm design. An accurate control model can ensure the stable and precise control, thereby improving the jumping performance and adaptability of robots. In the design of control algorithms based on the jumping function, traditional control methods such as PID control, fuzzy control, and adaptive control were widely used in the control of jumping function. In addition, advanced control methods such as reinforcement learning, neural networks, and genetic algorithms also were explored and applied. These methods can improve the jumping performance, the stability, and the adaptability, enabling robots to achieve efficient jumping in dynamic and complex environments.

**Key words:** Quadruped robot; Jumping function; Structure design; Control model; Control algorithm